

Bab 9: Fraksi Setengah dalam Rancangan 2^k

Perancangan Eksperimen

Monica A. Kappiantari - 2009

Sumber: Montgomery, Douglas C., Design and Analysis of Experiments, 6th Ed, John Wiley & Sons, New York, 2005

Bab 9:

Fraksi Setengah dalam Rancangan 2^k

Bacaan

- Montgomery Bab 8
- www.teknikindustri.org

Topik

Fraksi Setengah dalam
Rancangan 2^k (*The One-Half
Fraction of the 2^k Design*)

Fraksi Setengah dalam Rancangan 2^k

- **Mengapa?** Karena jumlah faktor menjadi terlalu besar, ukuran rancangan pun menjadi besar
- Penekanannya adalah pada *factor screening*: mengidentifikasi faktor dengan efek besar secara efisien
- Terdapat banyak variabel (sering karena kita tidak tahu banyak tentang sistem yang kita teliti)
- Percobaan hampir selalu dilakukan tanpa replikasi

Mengapa Rancangan Faktorial Sebagian?

- Prinsip efek sparsitas (*sparsity of effects*)
 - Mungkin ada banyak faktor, namun hanya beberapa faktor yang penting
 - Sistem didominasi oleh efek utama, *low-order interactions*
- *The projection property*
 - Setiap faktorial sebagian (*fractional factorial*) mengandung faktorial lengkap (*full factorials*) dengan jumlah faktor yang lebih kecil
- Experimentasi sekuensial (*Sequential experimentation*)
 - Kita dapat menambah percobaan (*run*) pada faktorial sebagian bila ada ambiguitas dalam penafsiran

Fraksi Setengah pada Rancangan 2^k (*The One-Half Fraction of the 2^k Design*)

- Karena rancangan memiliki $2^k/2$ percobaan, maka disebut sebagai rancangan 2^{k-1}
- Fraksi setengah dari rancangan 2^3 sering disebut sebagai **rancangan 2^{3-1}**
- $I = ABC$ disebut sebagai **generator** dari fraksi khusus ini atau *defining relation* dari rancangan

Table 7-16 Plus and Minus Signs for the 2^3 Factorial Design

Treatment Combination	Factorial Effect							
	<i>I</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>AB</i>	<i>AC</i>	<i>BC</i>	<i>ABC</i>
<i>a</i>	+	+	-	-	-	-	+	+
<i>b</i>	+	-	+	-	-	+	-	+
<i>c</i>	+	-	-	+	+	-	-	+
<i>abc</i>	+	+	+	+	+	+	+	+
<i>ab</i>	+	+	+	-	+	-	-	-
<i>ac</i>	+	+	-	+	-	+	-	-
<i>bc</i>	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-

The One-Half Fraction of the 2^k Design (cont)

$$I = ABC$$

$$A = \frac{1}{2} [a - b - c + abc]$$

$$B = \frac{1}{2} [-a + b - c + abc]$$

$$C = \frac{1}{2} [-a - b + c + abc]$$

The One-Half Fraction of the 2^k Design (cont)

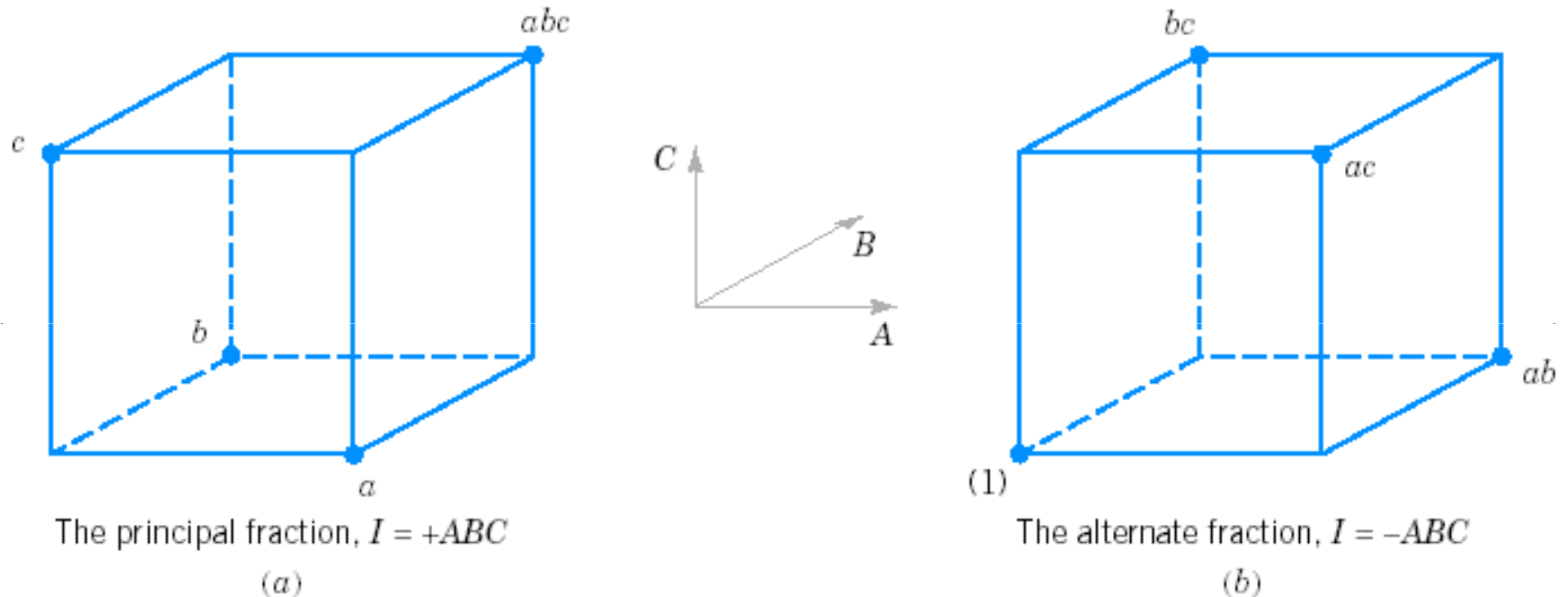


Figure 7-25 The $\frac{1}{2}$ fractions of the 2^3 design. (a) The principal fraction, $I = +ABC$. (b) The alternate fraction, $I = -ABC$.

The One-Half Fraction of the 2^k Design (cont)

Principal fraction
(determined by $I = ABC$)

aliases

Table 8-1 Plus and Minus Signs for the 2^3 Factorial Design

Treatment Combination	Factorial Effect							
	<i>I</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>AB</i>	<i>AC</i>	<i>BC</i>	<i>ABC</i>
<i>a</i>	+	+	-	-	-	-	+	+
<i>b</i>	+	-	+	-	-	+	-	+
<i>c</i>	+	-	-	+	+	-	-	+
<i>abc</i>	+	+	+	+	+	+	+	+
<i>ab</i>	+	+	+	-	+	-	-	-
<i>ac</i>	+	+	-	+	-	+	-	-
<i>bc</i>	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-

Alternate fraction

Struktur Alias dalam Fraksi Setengah pada Rancangan 2^3 (*Aliasing in the One-Half Fraction of the 2^3 design*)

$A = BC, B = AC, C = AB$ (or *main effect = 2nd factor interaction*)

Struktur alias (**Aliases**) dapat ditemukan dengan **defining relation** $I = ABC$ dengan multiplikasi:

$$AI = A(ABC) = A^2BC = BC$$

$$BI = B(ABC) = AC$$

$$CI = C(ABC) = AB$$

Notasi untuk efek alias:

$$\ell_A = A + BC, \ell_B = B + AC, \ell_C = C + AB$$

Fraksi Alternatif (*Alternate Fraction*) dari 2^{3-1}

- $I = -ABC$ adalah *defining relation*
- Implikasinya adalah alias yang sedikit berbeda: $A = -BC$, $B = -AC$, and $C = -AB$
- Kedua rancangan merupakan satu keluarga (*family*), didefinisikan dengan

$$I \pm ABC$$

- Misalkan setelah menjalankan *principal fraction*, *alternate fraction* juga dilakukan
- Dua kelompok percobaan dapat dikombinasikan untuk membentuk faktorial lengkap – ini merupakan contoh dari *sequential experimentation*

Design Resolution

- Sebuah rancangan resolusi R jika **tidak** ada efek p -faktor yang memiliki alias dengan efek lain yang mengandung kurang dari $R - p$ faktor
- Rancangan Resolusi III: 2_{III}^{3-1}
 - *Main effects = 2-factor interactions*
 - Contoh: Rancangan 2^{3-1} dengan $I = ABC$
- Rancangan Resolusi IV: $2_{IV}^{4-1}, 2_{IV}^{6-2}$
 - *2-factor interactions = other 2-factor interactions*
 - Contoh: rancangan 2^{4-1} dengan $I = ABCD$
- Rancangan Resolusi V (*Resolution V Designs*): 2_V^{5-1}
 - *2-factor interactions = 3-factor interactions*
 - Contoh: Rancangan 2^{5-1} dengan $I = ABCDE$

Konstruksi Fraksi Setengah

Rancangan dasar: pembangkit rancangan (*The **basic** design; the design generator*)

Table 8-2 The Two One-Half Fractions of the 2^3 Design

Run	Full 2^2 Factorial (Basic Design)		$2^{3-1}_{III}, I = ABC$			$2^{3-1}_{III}, I = -ABC$		
	A	B	A	B	C = AB	A	B	C = -AB
1	-	-	-	-	+	-	-	-
2	+	-	+	-	-	+	-	+
3	-	+	-	+	-	-	+	+
4	+	+	+	+	+	+	+	-

- ...or partition the runs into two blocks with the highest-order interaction, ABC...K confounded

Proyeksi Rancangan 2^{k-1}

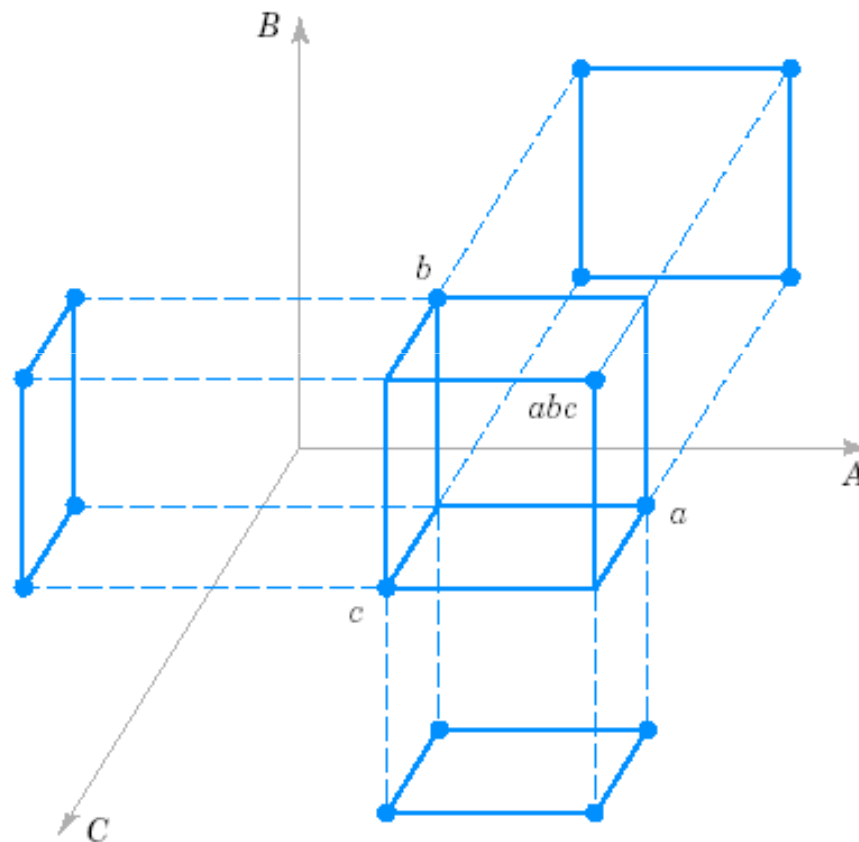


Figure 7-27 Projection of a 2^{3-1} design into three 2^2 designs.

Contoh:

Tingkat Filtrasi (*Filtration Rate*)

- Sebuah perancangan eksperimen dilakukan di *pilot plant* untuk mempelajari faktor yang diperkirakan berpengaruh terhadap *filtration rate*:
 - *Temperature (A)*
 - *Pressure (B)*
 - *Concentration of formaldehyde (C)*
 - *Stirring rate (D)*
- Ini merupakan replikasi tunggal dengan rancangan 2^4

Contoh: *Filtration rate*

Table 8-3 The 2_{IV}^{-1} Design with the Defining Relation $I = ABCD$

Run	Basic Design			$D = ABC$	Treatment Combination	Filtration Rate
	A	B	C			
1	-	-	-	-	(1)	45
2	+	-	-	+	<i>ad</i>	100
3	-	+	-	+	<i>bd</i>	45
4	+	+	-	-	<i>ab</i>	65
5	-	-	+	+	<i>cd</i>	75
6	+	-	+	-	<i>ac</i>	60
7	-	+	+	-	<i>bc</i>	80
8	+	+	+	+	<i>abcd</i>	96

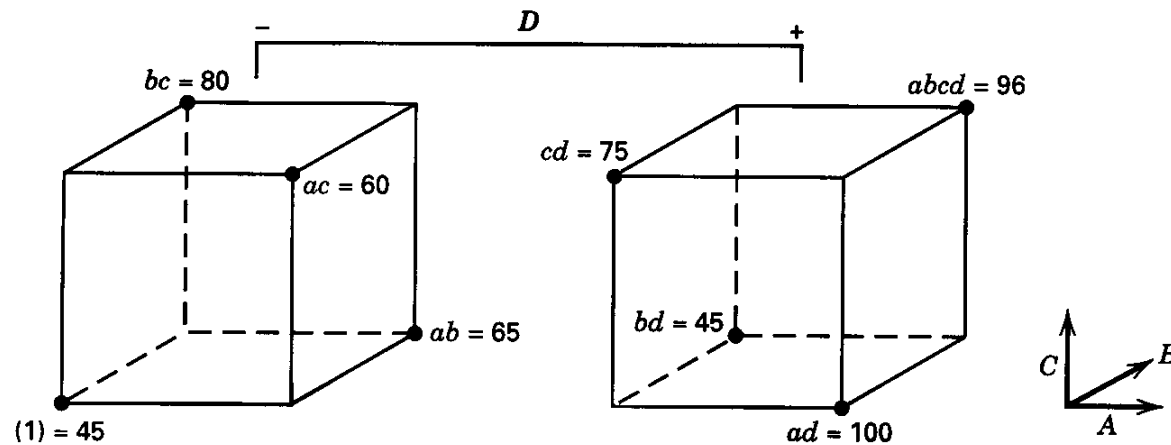


Figure 8-3 The 2_{IV}^{-1} design for the filtration rate experiment of Example 8-1.

Contoh (lanjutan)

Estimasi efek:

Table 8-4 Estimates of Effects and Aliases from Example 8-1^a

Estimate	Alias Structure
[A] = 19.00	[A] → A + BCD
[B] = 1.50	[B] → B + ACD
[C] = 14.00	[C] → C + ABD
[D] = 16.50	[D] → D + ABC
[AB] = -1.00	[AB] → AB + CD
[AC] = -18.50	[AC] → AC + BD
[AD] = 19.00	[AD] → AD + BC

^aSignificant effects are shown in boldface type.